6　机械波

任课教师　曾灏宪

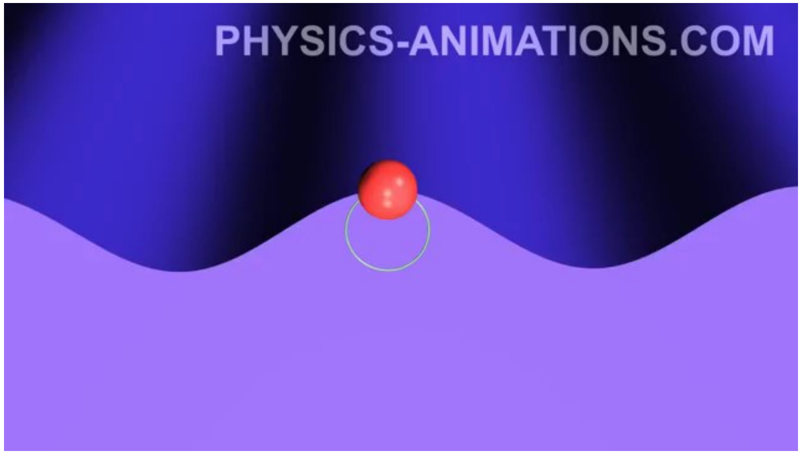
中原工学院　理学院

头脑风暴

列举听说过的波

➢ 波动

- 振动状态在空间的传播过程，振动是激发波动的波源
- 经典波
  - 机械波：机械振动在弹性介质中的传播.
  - 电磁波：交变电磁场在空间的传播.



https://www.youtube.com/watch?v=7yPTa8qi5X8

绳波：https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-on-a-string/latest/wave-on-a-string_zh_CN.html

大学物理（上）

6　机械波

6.1 机械波的形成、基本概念

一　机械波的形成

机械波：机械振动状态（振子的位移和速度）在弹性介质中的传播.（相位的传播）

产生条件：1）波源；2）弹性介质.

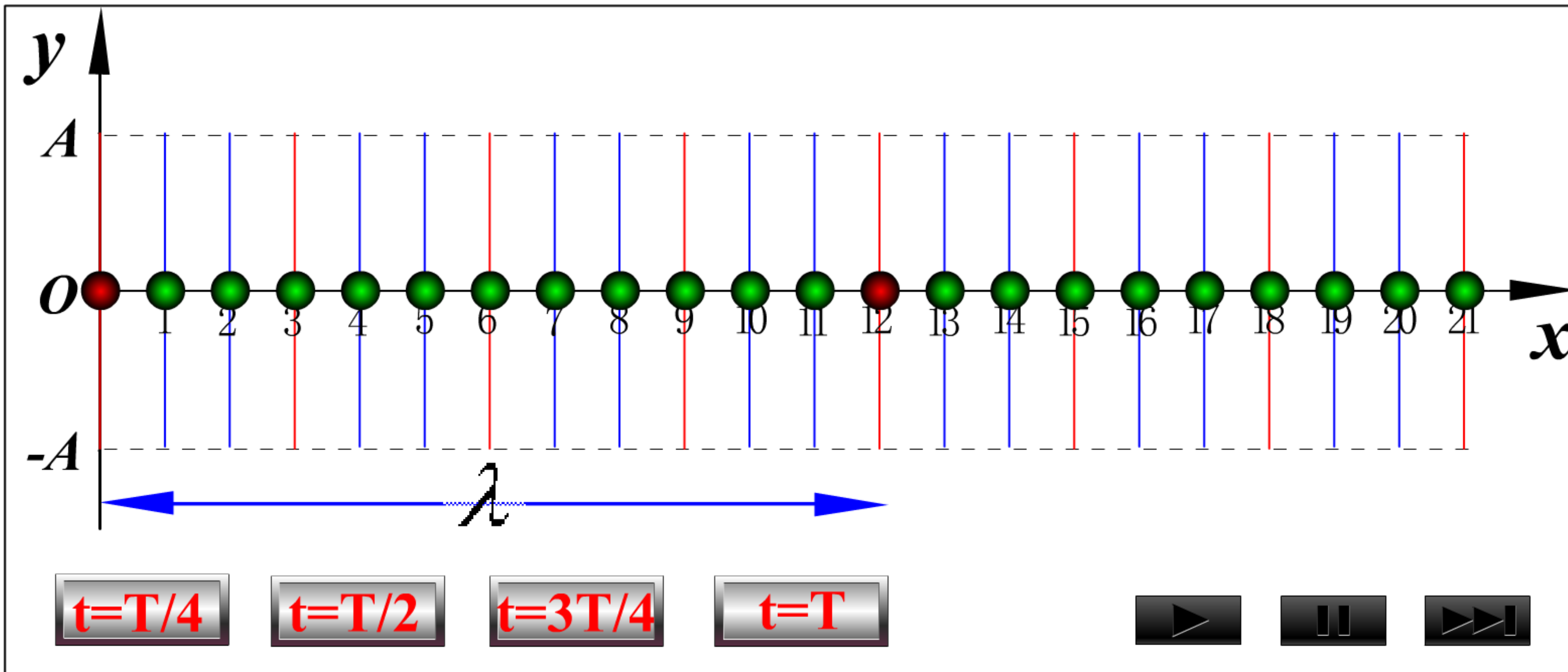
注意

- 波是运动状态的传播；
- 介质的质点在各自平衡位置附近振动，并不随波传播.

二 横波与纵波

横波： 质点振动方向垂直于波的传播方向

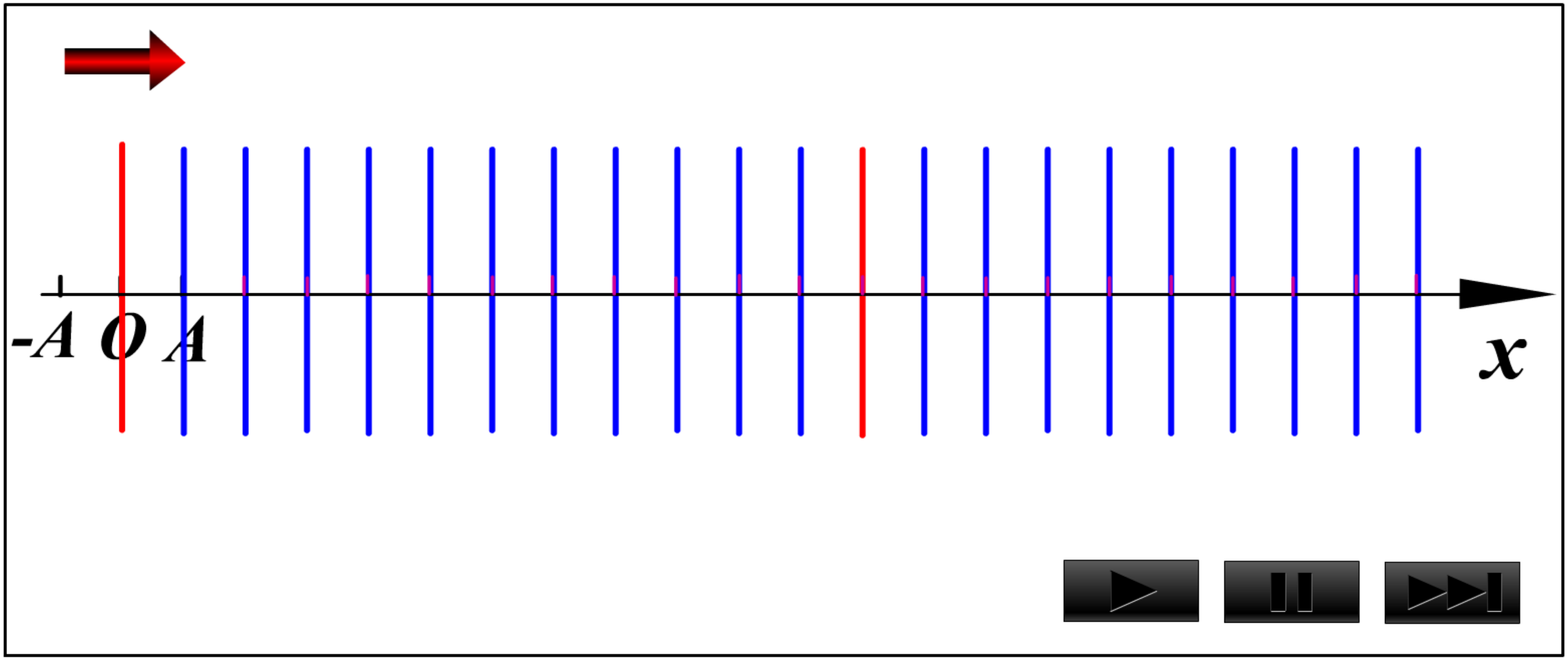
（仅在固体中传播，如绳波、水波等）



特征： 具有交替出现的波峰和波谷.

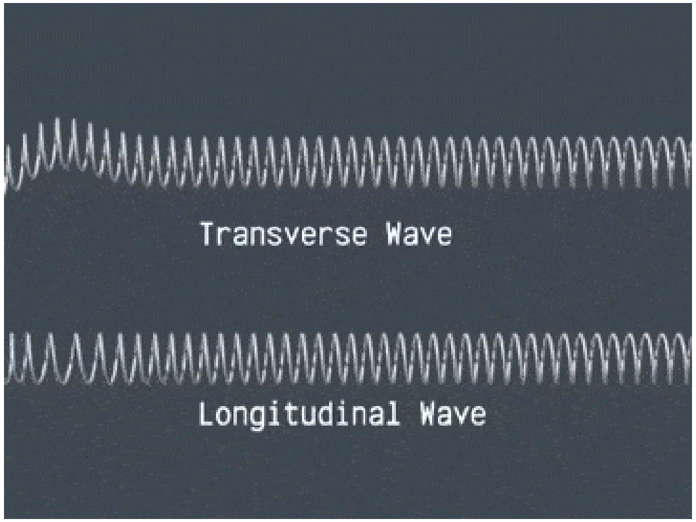
纵波： 质点振动方向平行于波的传播方向

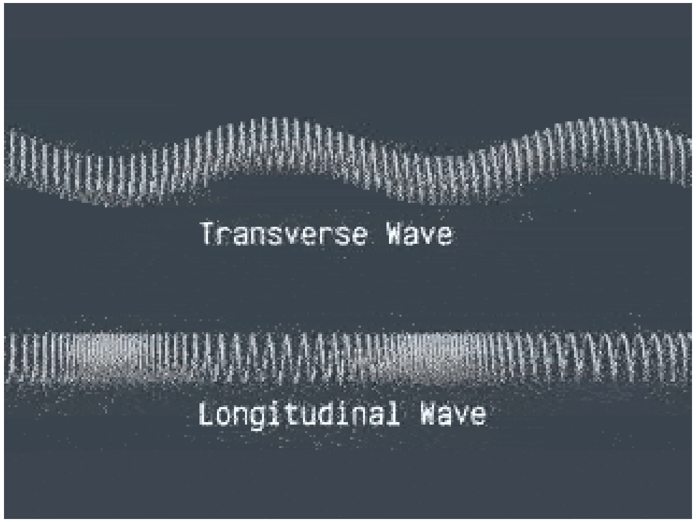
（可在固体、液体和气体中传播，如声波等）

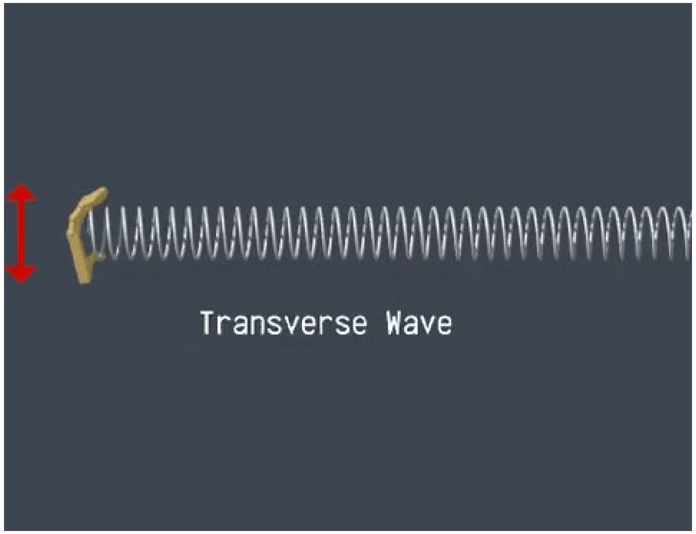


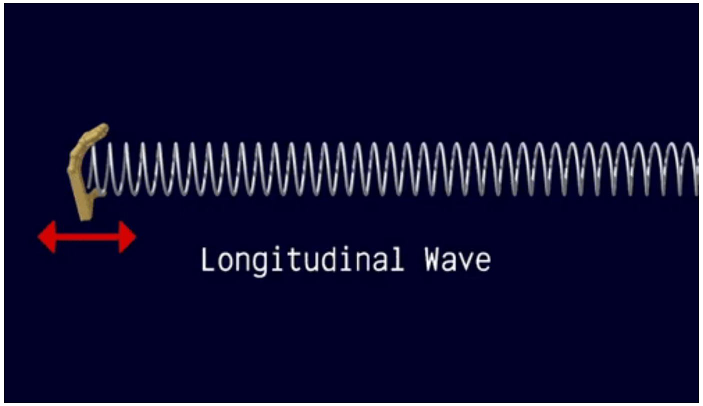
特征： 具有交替出现的密部和疏部.

用轻弹簧演示的横波与纵波



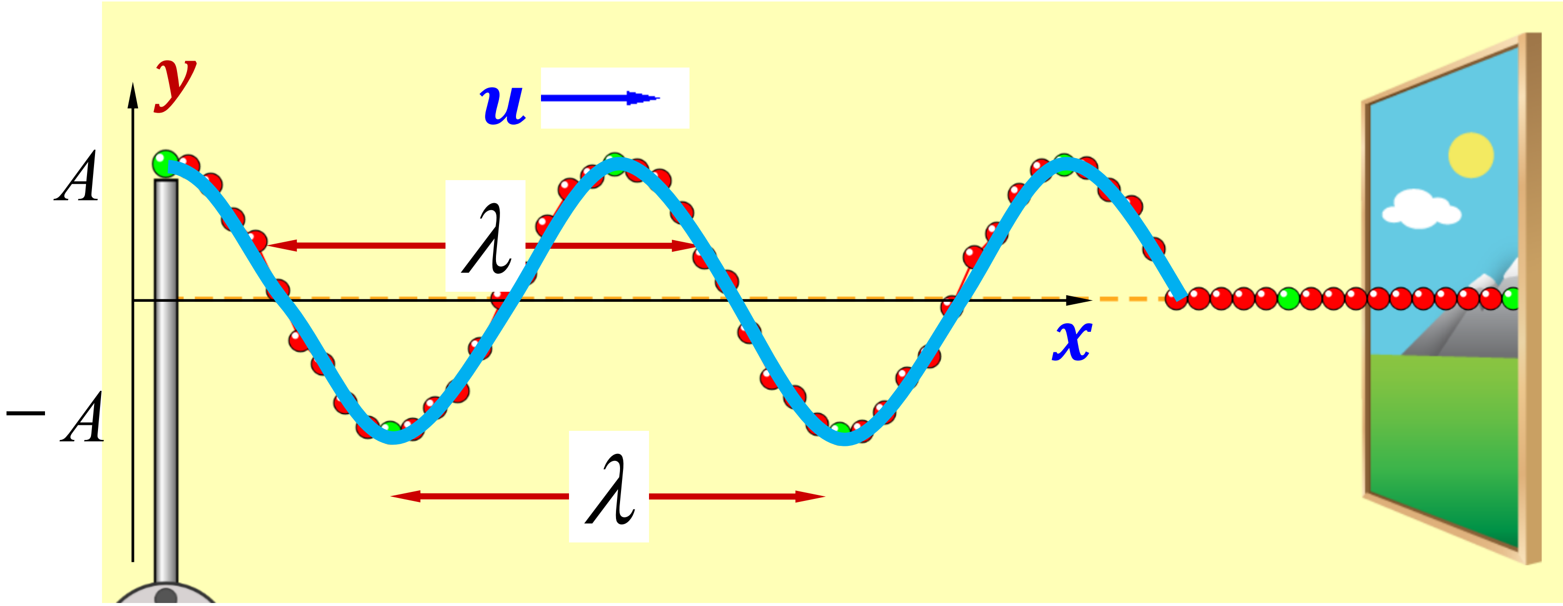






三 波长 周期 频率 波速

波形图 y 表示各质点相对其平衡位置 x 的位移.（横波和纵波均适用）



波长 λ 沿波的传播方向上，两个相邻的、相位差为 2π（同相）的振动质点之间的距离（即一个完整波形的长度）。

周期 T 波前进一个波长的距离所需要的时间.

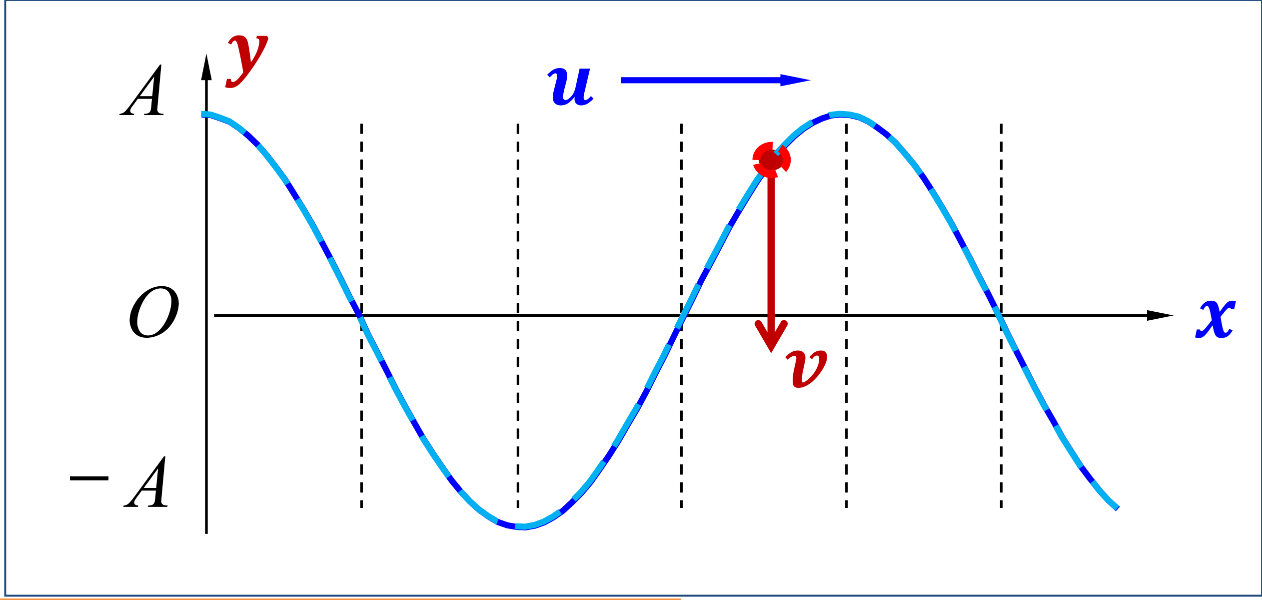
频率 ν 周期的倒数，即单位时间内波动所传播的完整波的数目. $\nu = 1/T$

只决定于波源的振动!

波速 u 波动过程中，某一振动状态（即振动相位）单位时间内所传播的距离（也称为相速）.

$$u = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu \qquad \lambda = \frac{u}{\nu} = Tu$$

只决定于媒质的性质!



思考：波速 $\boldsymbol{u}$ 与质点的振动速度

$$\boldsymbol{v} = -A\omega sin(\omega t + \varphi_0)$$

之间有什么关系？

1. 波速 $\boldsymbol{u}$ 是相位传播速度：在各向同性介质中为常数；数值上没有关系。

2. $\vec{v} \parallel \vec{u}$ 时为纵波； $\vec{v} \perp \vec{u}$时为横波。

3. 根据波速来判断质点的运动方向。

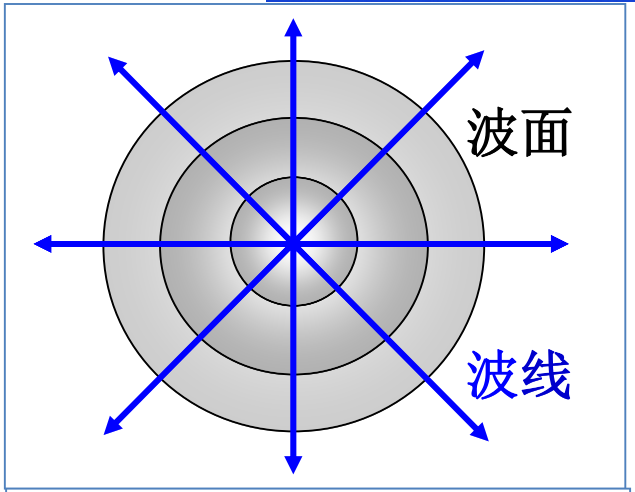
四　波线 波面 波前

波线： 由波源出发，沿波传播方向的线， 其上任一点切线方向为该点波传播方向。

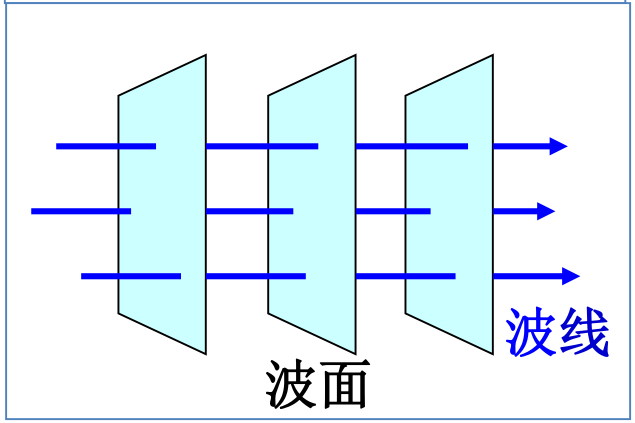
波面： 某时刻介质中同相位点的集合。（球面波, 柱面波, 平面波……）

在各向同性均匀介质中，波线为直线，波线与波面垂直。

波前： 传在最前面的波面



球面波



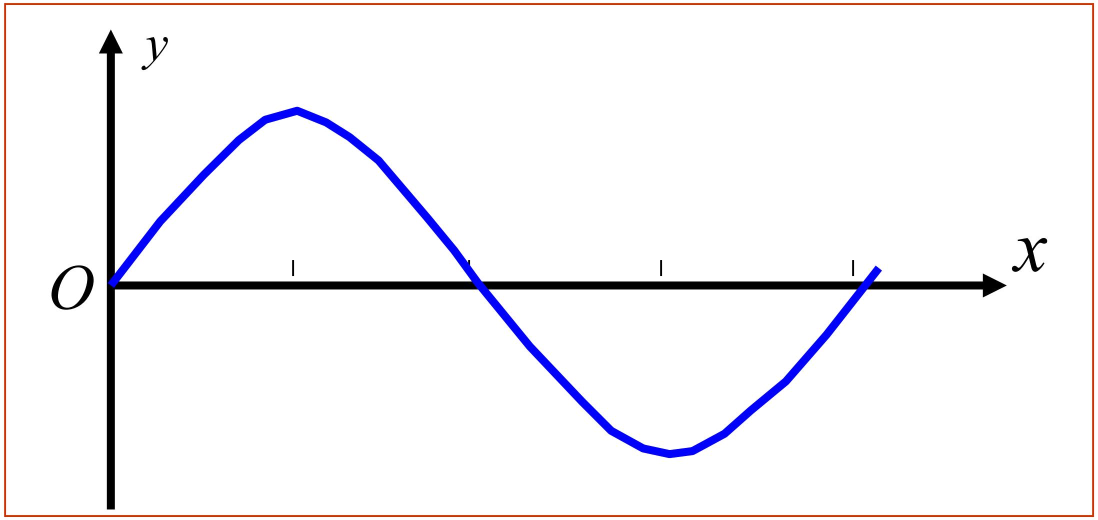
平面波

拓展：

1. 怎么才能产生球面波、平面波、柱面波等？
2. 现实中哪里能见到这几种波？

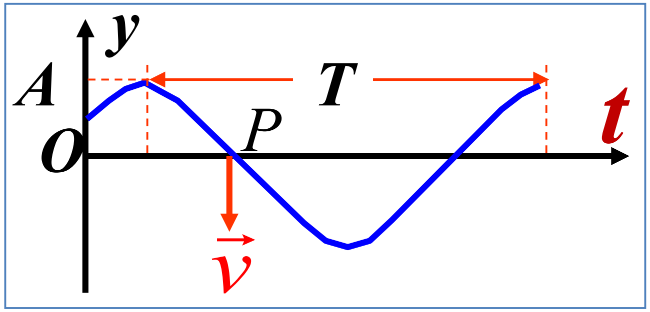
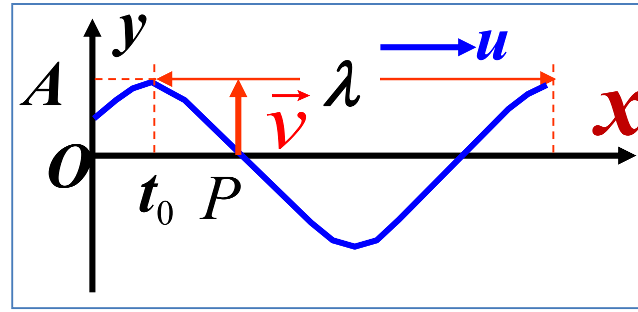
五 波形曲线

描述某时刻、波线上各质点的位移的分布 （广义）



对横波：直观给出波峰、波谷位置，该时刻波形

对纵波：波形曲线不是实际波形

	振动曲线	波形曲线
图形		
研究对象	某质点位移随时间变化规律	某时刻，波线上各质点位移随位置变化规律
物理意义	由振动曲线可知 周期 T 振幅 A 初相 φ 某时刻 $\vec{v}$ 方向参看下一时刻	由波形曲线可知 该时刻各质点位移 波长λ，振幅A 只有t=0时刻波形才能提供初相 某质点 $\vec{v}$ 方向参看前一质点
特征	对确定质点曲线形状一定	曲线形状随 t 向前平移

大学物理（上）

6　机械波

6.2 平面简谐波的波函数

——波形曲线的函数表达式

一　平面简谐行波的波函数

- **简谐波**：在均匀的、无吸收的介质中，波源作简谐运动时，在介质中所形成的波（近似）.
- **平面简谐波**：波面为平面的简谐波.
- **平面简谐行波**：行进（传播）中的平面简谐波.

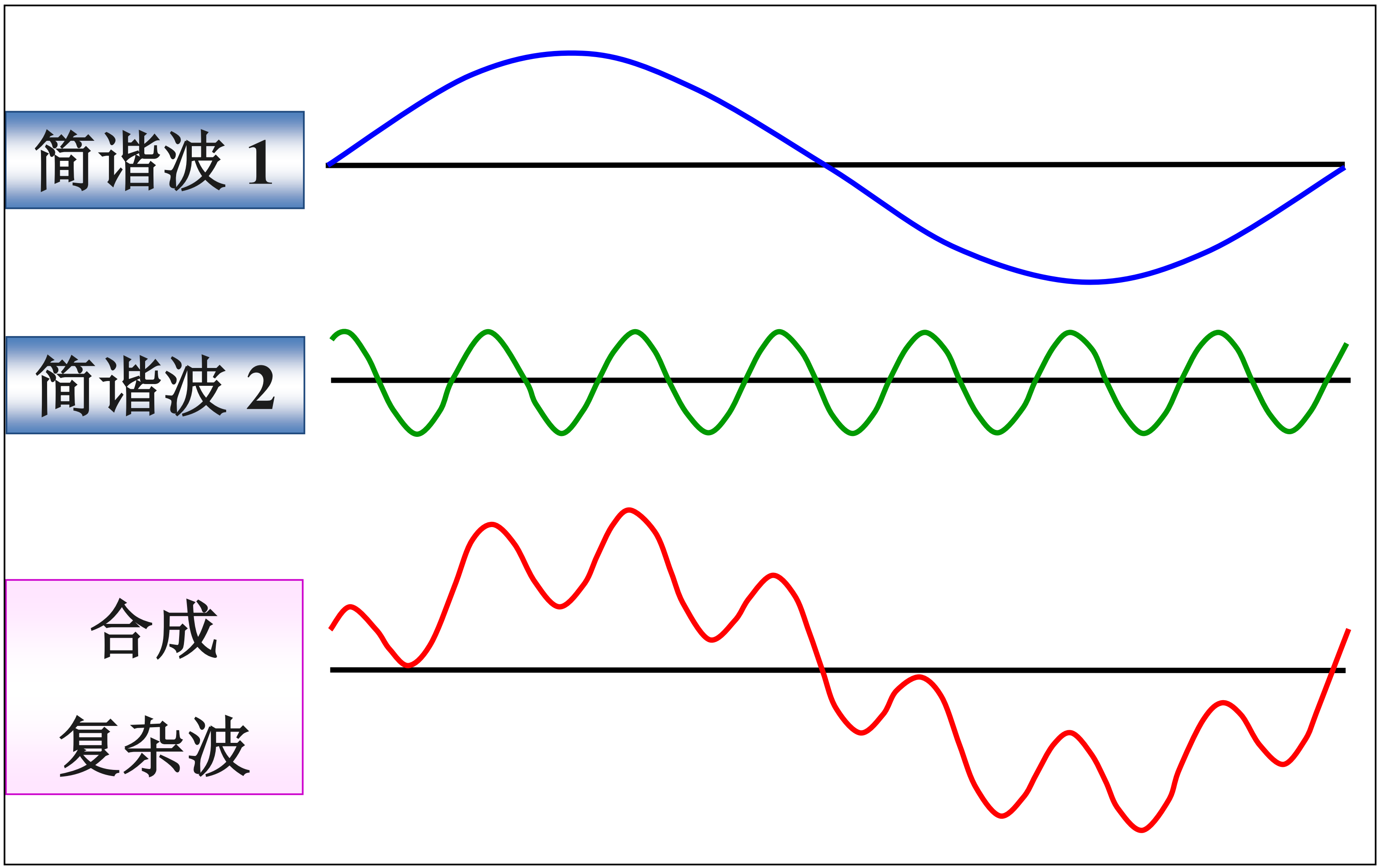
介质中任一质点（坐标为 x）相对其平衡位置的位移（坐标为 y）随时间的变化关系，即 $y(x,t)$ 称为波函数.

$$\boxed{y = y(x,t)}$$

各质点相对平衡位置的位移

波线上各质点平衡位置相对波源的位移

各种不同的简谐波 $\xrightarrow[\text{分解}]{\text{合成}}$ 复杂波



如何确定波函数？

1. 时间推迟法
2. 相位落后法

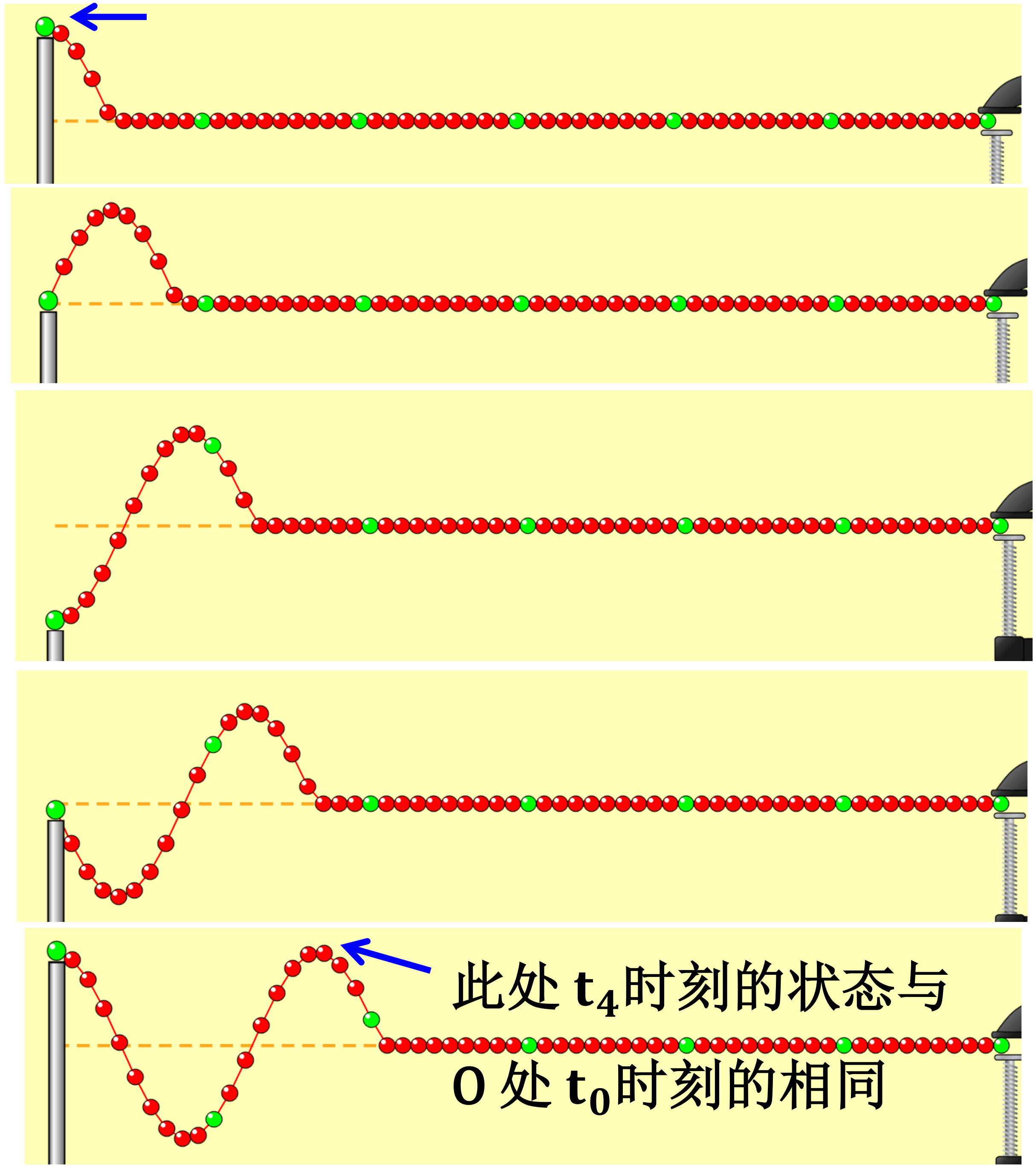
t_0

t_1

t_2

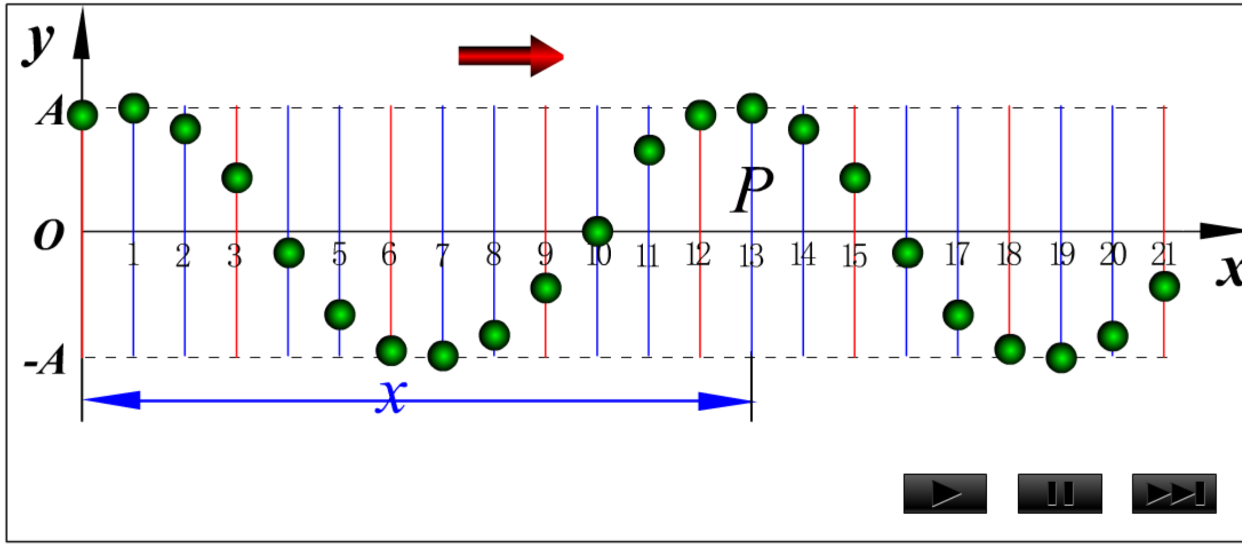
t_3

t_4



以速度u沿x轴正向传播的平面简谐波．令原点O的初相为零，其振动方程

$$y_o = A\cos\omega t$$



时间推迟法

点O 的振动状态 $y_O = A\cos\omega t$ $\Delta t = \dfrac{x}{u}$ 点 P

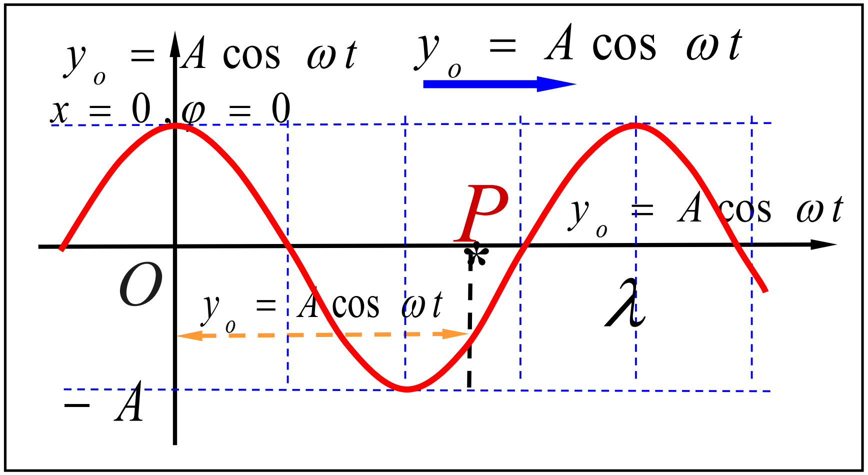
$t-\dfrac{x}{u}$ 时刻点 O 的运动 $=$ t 时刻点 P 的运动

点 P 振动方程 $y_p = A\cos\omega\left(t-\dfrac{x}{u}\right)$

因 P 点是任意的，所以上式表示波线上任意一点（距原点 x）处的质点在任一瞬时离开平衡位置的位移。

——x方向传播的简谐波的波函数（波动方程的积分形式）

相位落后法



某时刻 t，点 O 振动方程

$$y_o = A\cos\omega t$$

$$y_o = A\cos\omega t$$

点 P 比点 O 落后的相位

$$\Delta\varphi = \varphi_p - \varphi_O = -2\pi\frac{x}{\lambda}$$

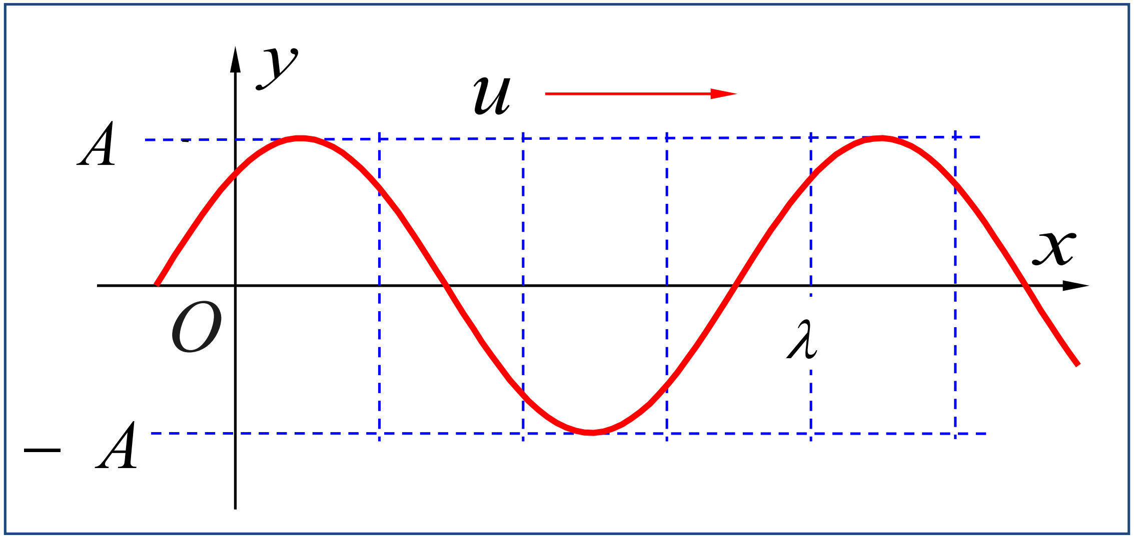
$$\Rightarrow \quad \varphi_p = -2\pi\frac{x}{\lambda} = -2\pi\frac{x}{Tu} = -\omega\frac{x}{u}$$

➔点 P 振动方程 $y_p = A\cos(\omega t - \omega\frac{x_p}{u})$ P点是任意的

$$y_p = A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{u}\right)$$

如果原点的初相位不为零

$$x = 0, \varphi \neq 0$$



点 O 振动方程 $y_O = A\cos(\omega t \boxed{+} \varphi)$

波函数

$$y = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi] \quad u \text{ 沿}x\text{轴正向}$$

$$y = A\cos[\omega(t \boxed{+} \frac{x}{u}) + \varphi] \quad u \text{ 沿}x\text{轴负向}$$

波函数与坐标原点的选取有关

平面简谐波的其它形式

$$y(x,t) = A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi_0]$$

$$= A\cos(\omega t+\varphi_0-2\pi\frac{x}{\lambda})$$

$$= A\cos[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})+\varphi_0]$$

熟记

$$= A\cos[\frac{2\pi}{\lambda}(ut-x)+\varphi_0]$$

质点的振动速度，加速度

$$v=\frac{\partial y}{\partial t}=-\omega A\sin[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi]$$

$$a=\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=-\omega^2 A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\varphi]$$

二　波函数的物理意义

$$y = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \varphi\right]$$
$$= A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi\right]$$

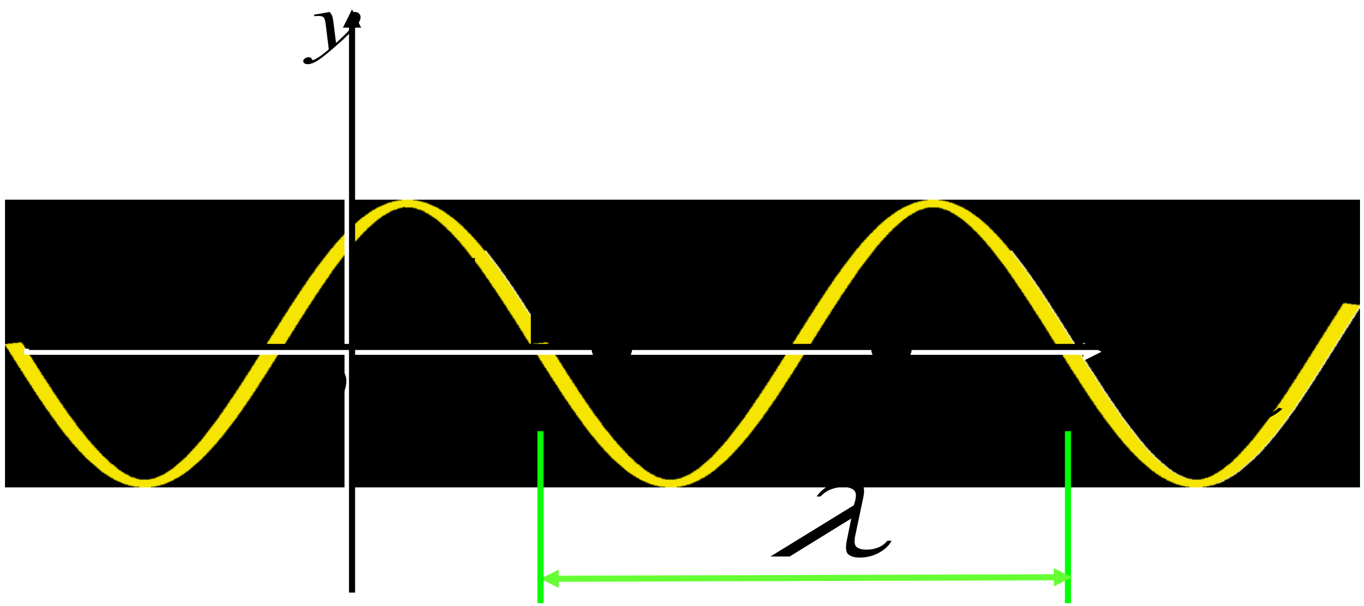
1. 当 x 固定时， 波函数表示该点的简谐运动方程，并给出该点与原点 O 振动的相位差.

$$\Delta\varphi = -\omega\frac{x}{u} = -2\pi\frac{x}{\lambda}$$

$y(x,t) = y(x,t+T)$ （波具有时间的周期性）

$$y = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi] = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + \varphi]$$

2. 当 t 一定时，波函数表示该时刻波线上各点相对其平衡位置的位移，即此刻的**波形**.



$y(x,t) = y(x+\lambda, t)$ （波具有空间的周期性）

同一时刻波线上 x_1 和 x_2 处两质点振动相位是不同的

$$\boxed{y = A\cos[\omega(t - \frac{x}{u}) + \varphi] = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + \varphi]}$$

$\boldsymbol{x_1}$**处相位** $\boldsymbol{\varphi_1}$ $= \omega(t - \frac{x_1}{u}) + \varphi = 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}) + \varphi$

x_2处相位： $\varphi_2 = \omega(t - \frac{x_2}{u}) + \varphi = 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}) + \varphi$

波程差、相位差的关系

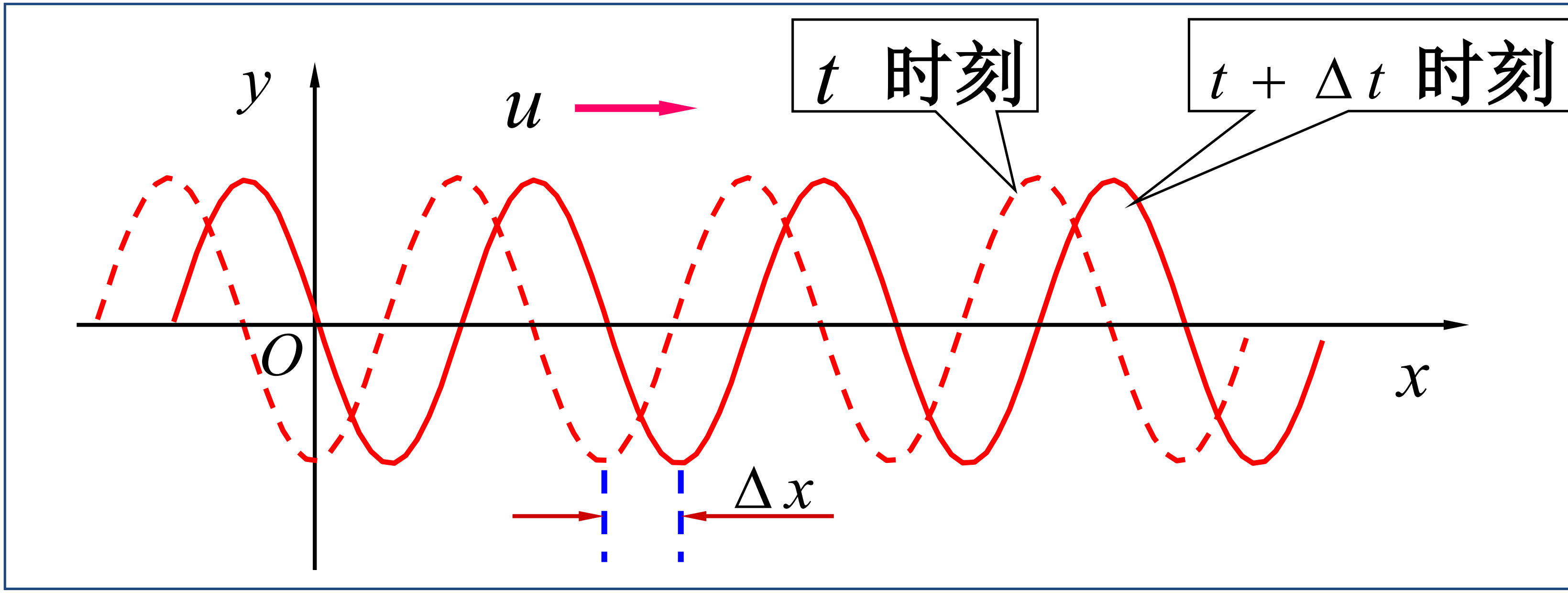
$$\Delta\varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi\frac{x_2 - x_1}{\lambda} = 2\pi\frac{\Delta x_{21}}{\lambda}$$

$$\boxed{\Delta\varphi = -2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}}$$

注意**脚标**的前后区别

波程差 $\boxed{\Delta x = x_2 - x_1}$

波从坐标原点传到 x_1 和 x_2 时所走过的**几何路程**之差



3. 若 x, t 均变化，波函数表示波线上各质点在任意时刻的振动情况，即波形沿传播方向的运动情况.

后一时刻波形为前一时刻波形在空间平行推移结果，形象的称之为行波。$\Delta x = u\Delta t$

练习和例题

练习 1）写出下列波函数所表示的波的传播方向和 $x=0$ 点的初相位.

$$y=-A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$$ （向x轴正向传播， $\varphi=\pi$ ）

$$y=-A\cos \omega\left(-t-\frac{x}{u}\right)$$ （向x轴负向传播， $\varphi=\pi$ ）

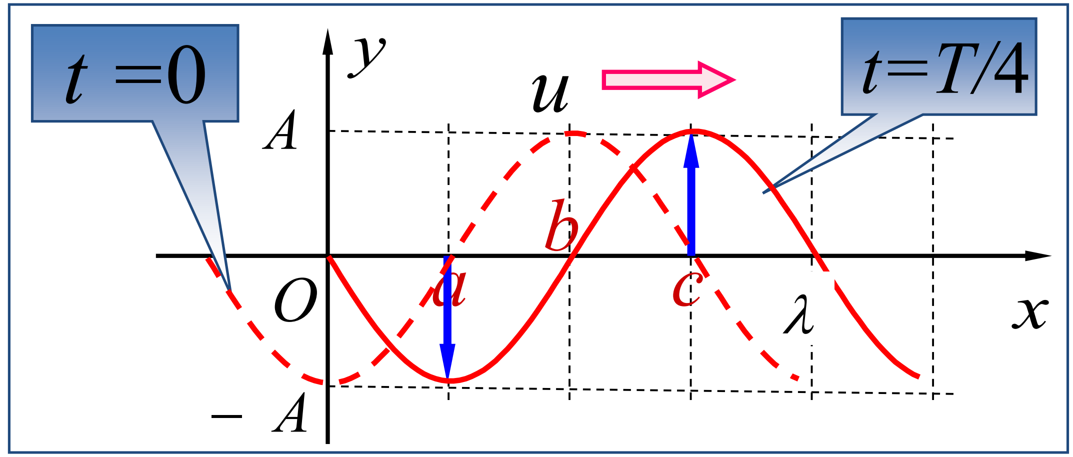
2）平面简谐波的波函数为 $y=A\cos(Bt-Cx)$ 式中 A, B, C 为正常数，求波长、波速、波传播方向上相距为 d 的两点间的相位差.

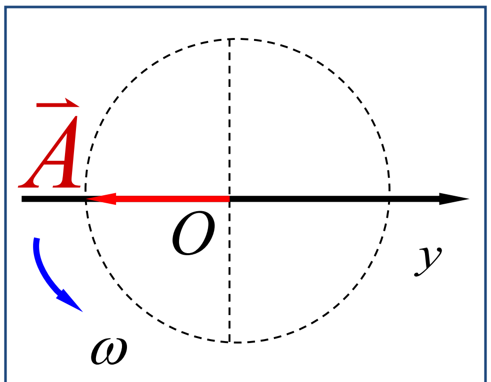
$$y=A\cos(Bt-Cx) \qquad y=A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$$

$$\boxed{\lambda=\frac{2\pi}{C}} \quad \boxed{T=\frac{2\pi}{B}} \quad \boxed{u=\frac{\lambda}{T}=\frac{B}{C}} \quad \boxed{\Delta\varphi=2\pi\frac{d}{\lambda}=dC}$$

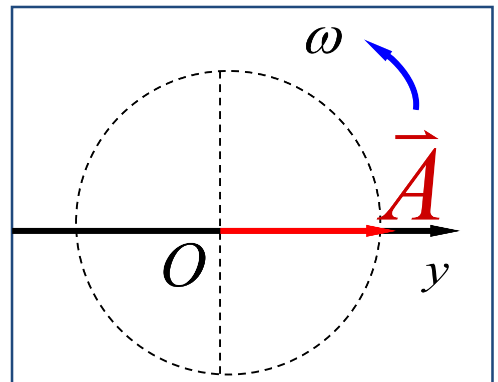
讨论：如图简谐波以余弦函数表示，**求** O、a、b、c 各点振动**初相位**.

$\varphi\ (-\pi \sim \pi)$

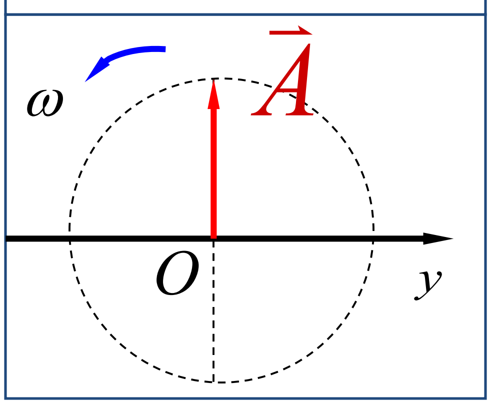




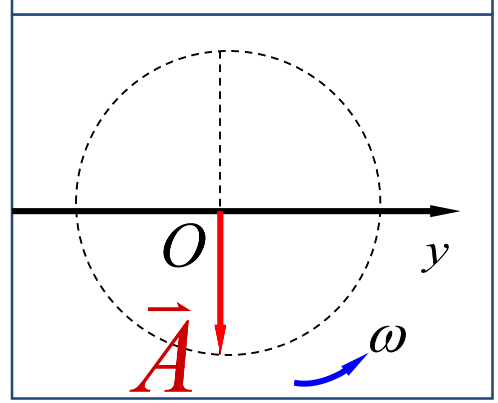
$$\varphi_o = \pi$$



$$\varphi_b = 0$$



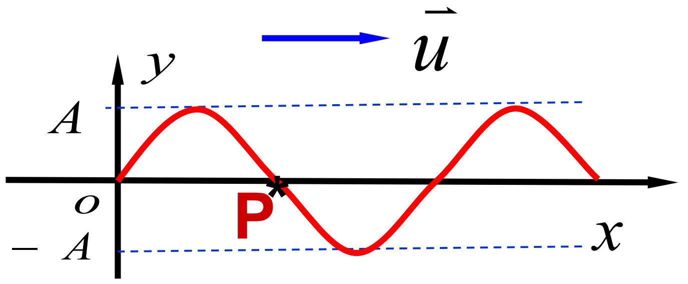
$$\varphi_a = \frac{\pi}{2}$$

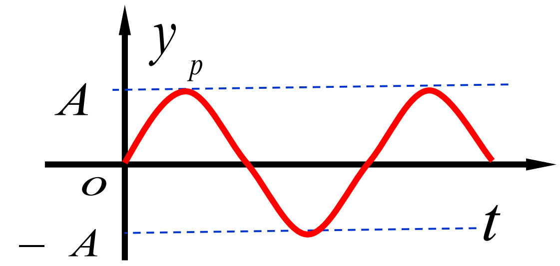


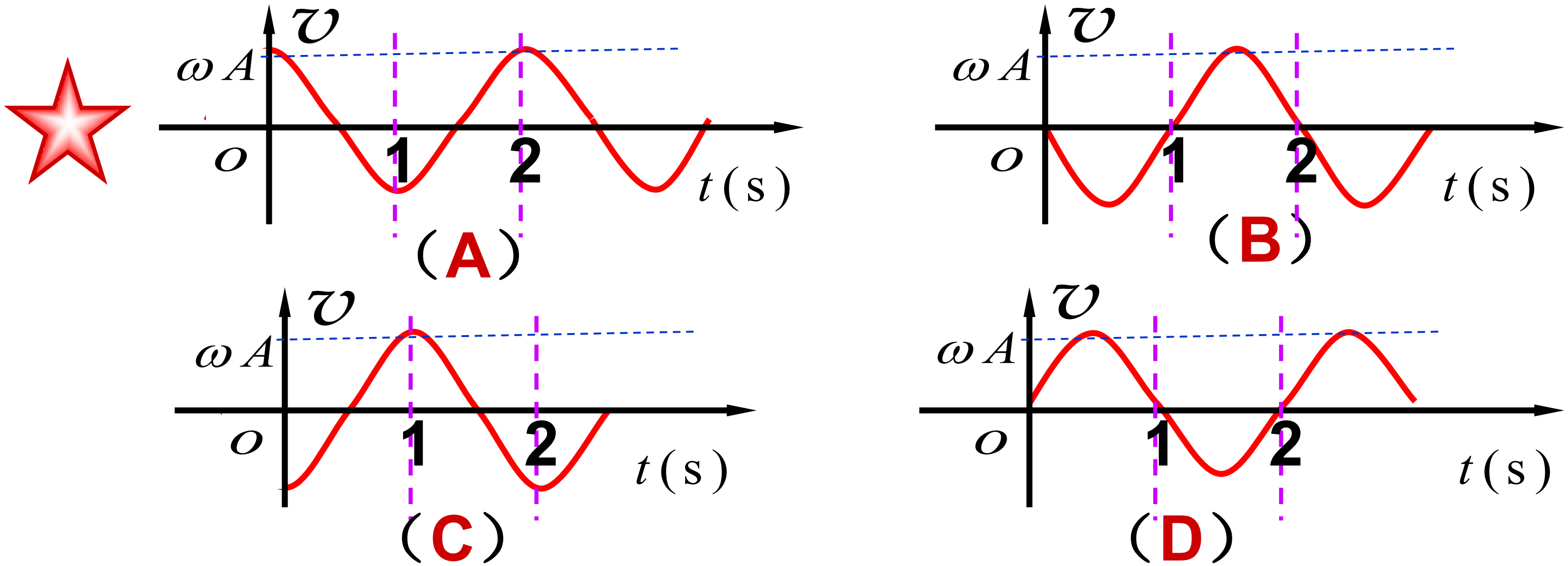
$$\varphi_c = -\frac{\pi}{2}$$

例 如图一向右传播的简谐波在 $t=0$ 时刻的波形，已知周期为 2 s ，则 P 点处质点的振动速度与时间的关系曲线为：

P 点振动图

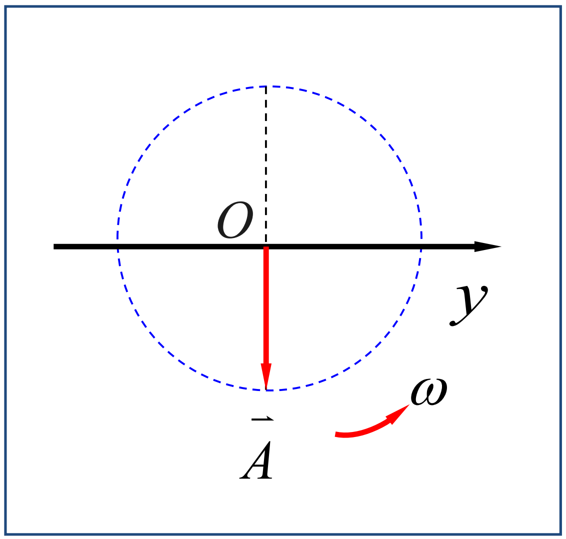






例1 一平面简谐波沿 Ox 轴正方向传播， 已知振幅 $A=1.0\,\mathrm{m}$ ，$T=2.0\,\mathrm{s}$ ，$\lambda=2.0\,\mathrm{m}$. 在 $t=0$ 时坐标原点处的质点位于平衡位置沿 Oy 轴正方向运动． **求**

1） 波函数



解 写出波函数的标准式

$$y=A\cos[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})+\boxed{\varphi}]$$

$$t=0 \quad x=0$$

$$y=0,\ v=\frac{\partial y}{\partial t}>0$$

$$\varphi=-\frac{\pi}{2}$$

$$y=1.0\cos[2\pi(\frac{t}{2.0}-\frac{x}{2.0})-\frac{\pi}{2}]\mathrm{m}$$

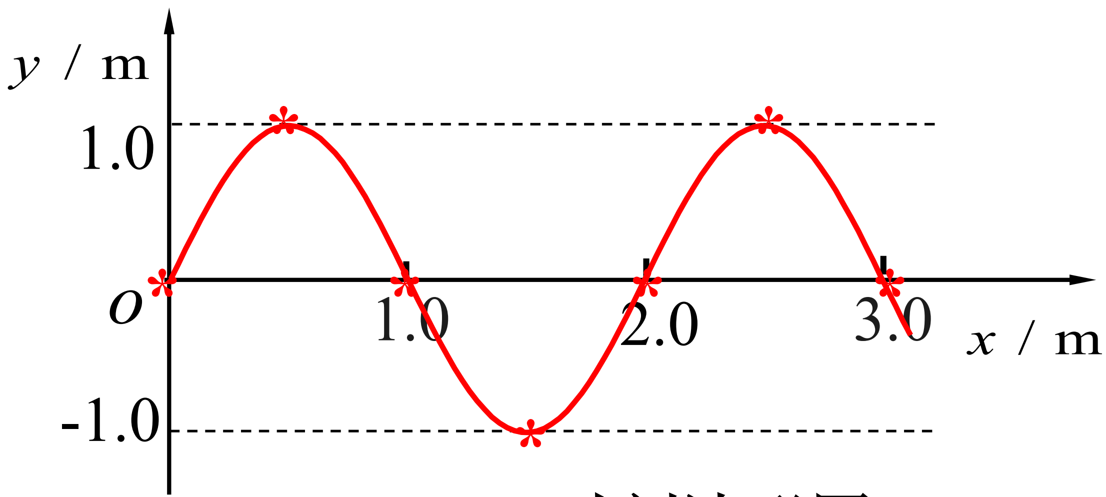
2）求 $t=1.0\,\mathrm{s}$ 波形图.

$$y=1.0\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{2.0}-\frac{x}{2.0}\right)-\frac{\pi}{2}\right]\mathrm{m}$$

$t=1.0\,\mathrm{s}$
波形方程

$$y=1.0\cos\left[\frac{\pi}{2}-\pi x\right]\mathrm{m}$$

$$=1.0\sin(\pi x)\,\mathrm{m}$$



$t=1.0\,\mathrm{s}$ 时刻波形图

$\sin(\pi x)=0$

$x=0,1,2,\cdots\,(\mathrm{m})$

$\sin(\pi x)=1$

$x=(2k+0.5)\,\mathrm{m}$

$\sin(\pi x)=-1$

$x=(2k+1.5)\,\mathrm{m}$

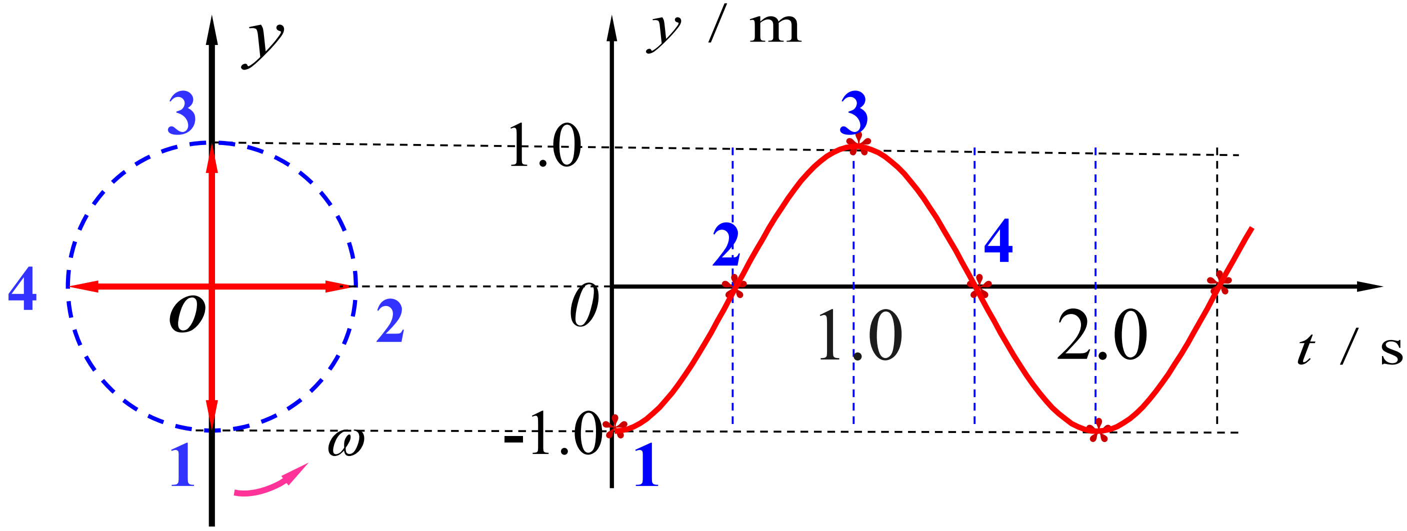
$k=0,1,2,\cdots$

3） $x = 0.5\,\mathrm{m}$ 处质点的振动规律并作图．

$$y = 1.0\cos[2\pi(\frac{t}{2.0} - \frac{x}{2.0}) - \frac{\pi}{2}]\mathrm{m}$$

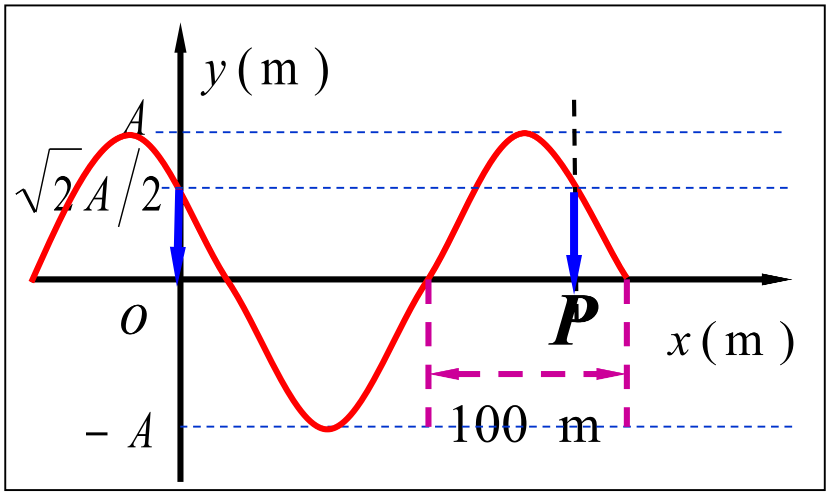
$x = 0.5\,\mathrm{m}$ 处质点的振动方程

$$y = 1.0\cos(\pi t - \pi)\mathrm{m}$$



$x = 0.5\,\mathrm{m}$ 处质点的振动曲线

例 一平面简谐波在 $t=0$ 时刻的波形图如图，设频率 $\nu=250\ \mathrm{Hz}$，且此时 P 点的运动方向向下，求 1）该波的波函数;



解： $\nu=250\ \mathrm{Hz}$

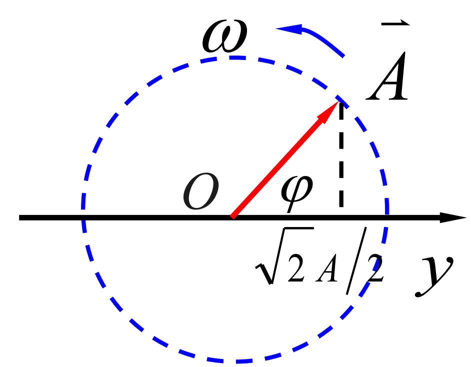
$\lambda=200\ \mathrm{m}$

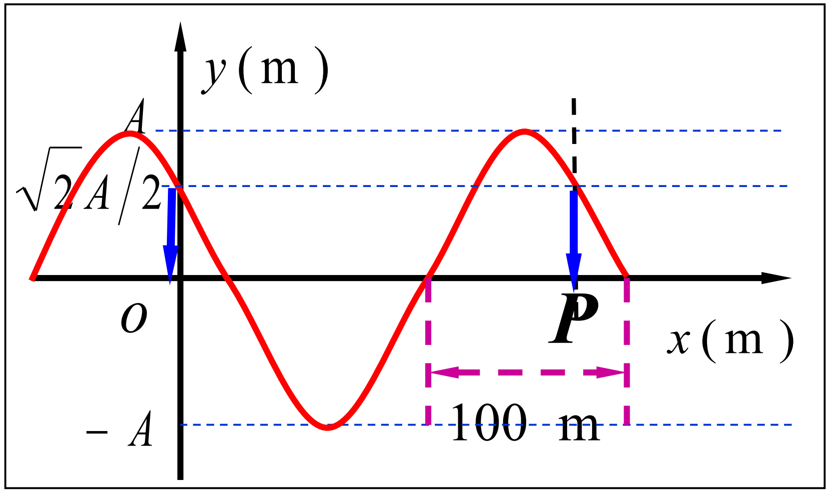
$\because v_p<0$

$\therefore$ 波向 x 轴负向传播

$$y=A\cos[2\pi(250t+\frac{x}{200})+\varphi]$$

$\because t=0, x=0 \quad y=\frac{\sqrt{2}A}{2} \quad v<0$ $\quad \therefore \varphi=\frac{\pi}{4}$





2） 求在距原点 O 为 100m处质点的振动方程与振动速度表达式.

$$\nu = 250\ \text{Hz} \qquad \lambda = 200\ \text{m}$$

$$y = A\cos[2\pi(250t + \frac{x}{200}) + \frac{\pi}{4}]$$

$$x = 100\ \text{m},\ y_{100} = A\cos(500\pi t + \frac{5\pi}{4})$$

$$v = \frac{\mathrm{d}y_{100}}{\mathrm{d}t} = -500\pi A\sin(500\pi t + \frac{5\pi}{4})$$

作业

- **P167：10；11；12；**

版权声明